



INSTRUKCJA DO ĆWICZENIA NR 11-12

PRZEDMIOT	MODELOWANIE W BIOMECHANICE
TEMAT	Modelowanie drgań ucha środkowego
OPRACOWAŁ	Dr hab. inż. Rafał Rusinek

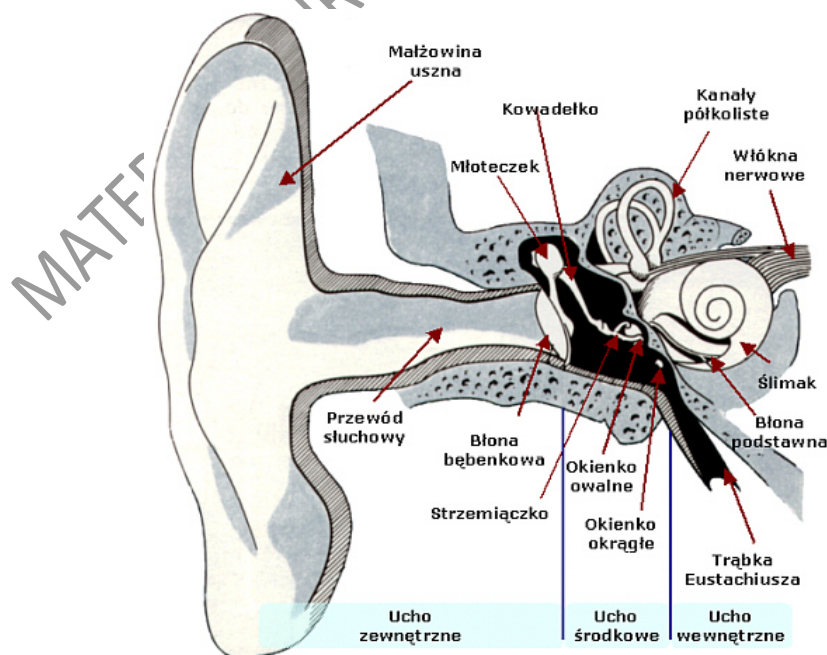
1. CEL ĆWICZENIA

Celem ćwiczenia jest wykonanie fizycznego oraz numerycznego modelu ucha środkowego na podstawie modelu matematycznego. Wyznaczenie częstości własnych, i przeprowadzenie symulacji drgań własnych kosteczek ucha środkowego.

2. PODSTAWY TEORETYCZNE

Aparat słuchowy człowieka (ucho) składa się z trzech zasadniczych części (Rys. 1):

- ucha zewnętrznego,
- ucha środkowego
- ucha wewnętrznego.



Rys. 1 Budowa ucha ludzkiego

Ucho zewnętrzne ma za zadanie przejście fali dźwiękowej i skierowanie jej, z niewielkim wzmocnieniem szczególnie dla sygnału mowy, na błonę bębenkową. Małżowina uszna pozwala lepiej słyszeć dźwięki dochodzące z przodu głowy. Przewód słuchowy to kanał o objętości ok. 2 cm³ stanowiący rezonator o częstotliwości własnej ok. 3700 Hz. Ucho zewnętrzne występuje jedynie u ssaków

Ucho środkowe spełnia podwójną rolę. Pierwsza to dopasowanie warunków odbioru drgań akustycznych z ucha zewnętrznego i przekazywanie ich do ucha wewnętrznego (dopasowanie impedancji ośrodków akustycznych powietrze - ciecz (endolimfa)). Druga to rola bezpiecznika - kontrolera natężenia bodźca przed przekazaniem go do ucha wewnętrznego. Kosteczki słuchowe pełnią rolę wzmacniacza dźwięku. Bodziec jest wzmacniany około 17 razy czyli 25 dB (max. 33dB). Ucho środkowe spełnia rolę tzw. transformatora akustycznego.

Ucho wewnętrzne zawiera ostatni odcinek układu przewodzącego dźwięki oraz receptory zmysłu słuchu i równowagi.

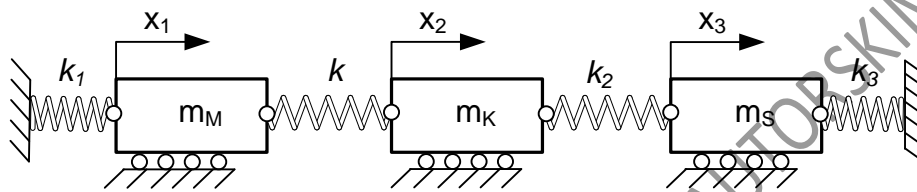
Ucho środkowe to niewielka przestrzeń w czaszce wypełniona powietrzem. Jego zadaniem jest mechaniczne wzmocnienie i doprowadzenie fal dźwiękowych do ucha wewnętrznego (poprzez okienko owalne). Część drgań przechodzi też bezpośrednio na okienko okrągłe. W skład ucha środkowego wchodzi błona bębenkowa, trzy kosteczki słuchowe oraz trąbka Eustachiusza, a także powierzchnia zewnętrzna okienka owalnego.

- Błona bębenkowa – błona oddzielająca przewód słuchowy zewnętrzny od ucha środkowego, zamienia fale dźwiękowe w drgania mechaniczne, pobudzając kosteczki słuchowe.
- Trzy kosteczki słuchowe – młoteczek, kowadełko, strzemiączko. Młoteczek z jednej strony łączy się z błoną bębenkową, a z drugiej strony łączy się z kowadełkiem, kowadełko ze strzemiączkiem, a ono z kolei łączy się z błoną okienka owalnego. Ich zadaniem jest wzmocnienie drgań błony bębenkowej i doprowadzenie ich do ucha wewnętrznego. Wzmocnienie jest osiągane dzięki temu, że powierzchnia młoteczka łącząca się z błoną jest większa od powierzchni strzemiączka, tworząc mechaniczną przekładnię wzmacniającą. Jednak oprócz zwykłej przekładni, kosteczki słuchowe tworzą dość złożony drgający układ dynamiczny, który zasadniczo wpływa na sygnał przekazywany do ślimaka (ucha wewnętrznego). Istotną rolę odgrywają tu też dwa mięśnie – napinacz błony bębenkowej, który przy rozluźnieniu osłabia drgania zbyt mocnych dźwięków oraz mięsień strzemiączkowy mający analogiczną rolę. Kosteczki słuchowe są najmniejszymi kośćmi organizmu ludzkiego.
- Trąbka słuchowa (trąbka Eustachiusza) – kanał łączący ucho środkowe z gardłem, o długości ok. 35 mm. Normalnie otwarta jest jedynie wąska część, ale jej przekrój może się zwiększać w celu wyrównania ciśnienia powietrza w uchu. Jest to droga którą mogą wnikać patogeny lub szerzyć się procesy zapalne (zapalenie ucha środkowego).
- Powierzchnia zewnętrzna okienka owalnego.

Częstości własne drgań ucha środkowego zależą od indywidualnych cech osobowych ale najczęściej w literaturze są to wartości około 1kHz dla pierwszej częstości drgań własnych i ok. 4 kHz w przypadku drugiej częstości.

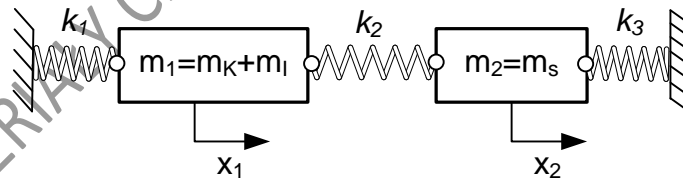
Model matematyczny

Trzy kosteczki słuchowe wchodzące w skład ucha środkowego tj. młoteczek, kowadełko i strzemiączko mogą być przedstawione jako trzy klocki o masach odpowiednio m_M , m_K , m_S wykonujące ruch tylko w kierunku poziomym (Rys. 2). Otrzymano wtedy model o 3 stopniach swobody, co oznacza że potrzebne są trzy niezależne współrzędne aby jednoznacznie określić położenie mas m_M , m_K , m_S .



Rys. 2 Model ucha środkowego jako układ o 3 stopniach swobody

Kosteczki słuchowe są połączone między sobą odpowiednimi stawami oraz z kością skroniową więzadłami, których właściwości sprężyste modelują sprężyny o sztywnościach k_1 , k_2 , k_3 , oraz k . Z uwagi na fakt że sztywność k połączenia pomiędzy kowadełkiem m_K a młoteczką m_M , (czyli stawu kowadełko-młoteczek) jest bardzo duża w porównaniu ze sztywnością pozostałych połączeń (około 2000 razy), czasami zakłada się że młoteczek i kowadełko tworzą jedną sztywną bryłę o masie $m_1 = m_M + m_K$. Wtedy model o 3 stopniach swobody zostaje zredukowany do układu o 2 stopniach (Rys. 3), gdzie współrzędne x_1 i x_2 określają położenie mas m_1 i m_2 .



Rys. 3 Model środkowego jako układ o 2 stopniach swobody

Korzystając z drugiej zasady Newtona:

$$ma = \sum_{i=1}^n P_i; \quad a = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \quad (1)$$

wyprowadzone zostały różniczkowe równania ruchu modelu o 3 stopniach swobody (Rys.2), który poddany będzie analizie w ćwiczeniu:

$$\begin{aligned} m_M \ddot{x}_1 + k_1 x_1 + k(x_1 - x_2) &= 0 \\ m_K \ddot{x}_2 + k(x_2 - x_1) + k_2(x_2 - x_3) &= 0 \\ m_S \ddot{x}_3 + k_2(x_3 - x_2) + k_3 x_3 &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Aby rozwiązać analitycznie układ równań różniczkowych (2) i obliczyć częstości drgań własnych, a więc rozwiązać zagadnienie własne, zapiszemy równanie (2) w postaci macierzowej:

$$[M][\ddot{X}] + [K][X] = 0 \quad (3)$$

Gdzie $[M]$ jest macierzą bezwładności, $[K]$ macierzą sztywności, $[X]$ i $[\ddot{X}]$ są macierzami przemieszczeń i przyspieszeń. Rozwiązanie zagadnienia własnego polega na wyznaczeniu wartości własnych równania:

$$([K] - \omega_0^2[M])[X] = 0 \quad (4)$$

czyli znalezieniu częstości drgań własnych ω_0 (wartości własnych). Aby rozwiązać równanie (4) musi być spełniony warunek:

$$\det([K] - \omega_0^2[M]) = 0 \quad (5)$$

które nosi nazwę równania charakterystycznego zagadnienia własnego.

3. PRZEBIEG ĆWICZENIA

Część 1 (ćwiczenie 11) dotyczy obliczenia wartości (częstości) własnych, budowy modelu numerycznego i przeprowadzenie symulacji komputerowej w programie Matlab dla parametrów zadanych przez prowadzącego zajęcia przy 3 różnych warunkach początkowych. Część 2 (ćwiczenie 12) polega na wykonaniu modelu fizycznego w programie Adams obliczeniu częstości drgań własnych, przedstawienie symulacji postaci drgań i porównanie wyników modelowania w programie Matlab i Adams.

4. SPRAWOZDANIE

Sprawozdanie z ćwiczenia powinno zawierać:

1. Tabelkę identyfikacyjną
2. Cel ćwiczenia
3. Tabelę danych oraz wyników obliczeń i symulacji
4. Program obliczeniowy (model numeryczny)
5. Wnioski.

Literatura:

1. Szabelski K.: Zbiór zadań z drgań Mechanicznych. Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej.
2. Osiński Z.: Teoria drgań. PWN 1980