



KATEDRA MECHANIKI STOSOWANEJ  
Wydział Mechaniczny  
POLITECHNIKA LUBELSKA

## INSTRUKCJA DO ĆWICZENIA NR 2

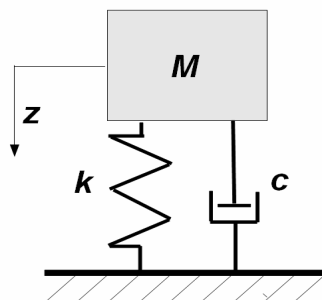
PRZEDMIOT	<b>Modelowanie w biomechanice</b>
TEMAT	<b>Badania analityczne układu biomechanicznego o jednym stopniu swobody.</b>

### CEL ĆWICZENIA

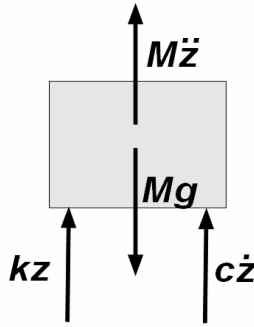
Badanie układu o jednym stopniu swobody. Wyznaczenie maksymalnej reakcji podłoża na organizm ludzki podczas zeskoku.

### PODSTAWY TEORETYCZNE

W celu analizy właściwości układów biomechanicznych badacze opracowali modele ciała ludzkiego, które posiadają różny stopień złożoności. Mogą one posiadać od jednego do nawet kilkudziesięciu stopni swobody. W najprostszym modelu, ruch elementu ograniczony jest do możliwości przemieszczania tylko w jednym kierunku. Jest on chętnie wykorzystywany w badaniach ruchu w pierwszym, wstępnym etapie modelowania. W kolejnym kroku badań model może zostać rozbudowany o uwzględnienie dodatkowych czynników (stopni swobody). Natomiast określenie „najprostszy model” jest tylko pozorne, gdyż w jego strukturze mogą występować elementy nieliniowe. Układ o jednym stopniu swobody stosowany jest do symulowania biegu lub podskoków. Składa się on z masy skupionej  $M$ , która jest połączona z podłożem za pomocą dwóch elementów: sprężyny o współczynniku sztywności  $k$  oraz tłumika o współczynniku tłumienia  $c$ . Podczas analizy zeskoku, np. ze skrzyni, parametry modelu odpowiadają masie organizmu człowieka oraz opisują działanie mięśni kończyn dolnych (amortyzacja skoku). Po zeskoku ważna jest pozycja przyjęta do lądowania oraz wysokość przeszkody, które wpływają na wielkość powstałego obciążenia mięśni. Nadmierne przeciążenie może skutkować typowymi urazami u ludzi, takimi jak: uszkodzenie więzadła pobocznego przyśrodkowego, łątkotki przyśrodkowej, więzadła krzyżowego przedniego, itp.



Rys.1. Model o jednym stopniu swobody układu biomechanicznego.



Rys. 2. Rozkład sił podczas amortyzacji zeskoku.

Na podstawie rysunku 2 różniczkowe równanie ruchu układu biomechanicznego można zapisać w następującej postaci:

$$M\ddot{z} + kz + c\dot{z} - Mg = 0 \quad (1)$$

gdzie:

$\ddot{z}$  - przyspieszenie masy człowieka  $M$ ,

$\dot{z}$  - prędkość masy człowieka  $M$ ,

$z$  - przemieszczenie masy człowieka  $M$ ,

$k$  - współczynnik sztywności,

$c$  - współczynnik tłumienia,

$g$  - przyspieszenie ziemskie ( $9,81 \text{ m/s}^2$ ).

Równanie (1) po przedzieleniu wszystkich członów przez  $M$  uzyskuje standardową postać:

$$\ddot{z} + \omega^2 z + 2n\dot{z} - g = 0 \quad (2)$$

gdzie:

$\omega$  - częstość kołowa drgań własnych ( $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$ )

$2n$  – współczynnik tłumienia ( $2n = \frac{c}{M}$ )

Rozwiązanie równania ruchu przyjęto w postaci:

$$z(t) = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t} + \frac{Mg}{k} \quad (3)$$

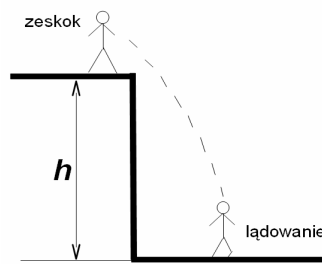
$$\dot{z}(t) = C_1 r_1 e^{r_1 t} + C_2 r_2 e^{r_2 t} \quad (4)$$

Na podstawie literatury można wyznaczyć wartość parametrów  $r_1$  i  $r_2$ , które definiują równania:

$$r_1 = -n - \sqrt{n^2 - \omega^2} \quad (5)$$

$$r_2 = -n + \sqrt{n^2 - \omega^2} \quad (6)$$

Stałe całkowania  $C_1$  i  $C_2$  wyznacza się z równań (3) i (4) w oparciu o warunki początkowe, tj. prędkość i przemieszczenie masy  $M$  w momencie rozpoczęcia lądowania po zeskoku z przeszkody o wysokości  $h$ . Analizę amortyzacji zeskoku rozpoczynamy umownie w chwili czasu  $t=0$ , w której przemieszczenie  $z(t=0)=0$ , natomiast  $\dot{z}(t=0)$  można wyznaczyć z zasady zachowania energii mechanicznej w oparciu o schemat z rysunku 3.



Rys.3. Schemat próby zeskoku z przeszkody o wysokości  $h$ .

Brakujący warunek początkowy wyznaczamy na podstawie następującego zapisu zasady zachowania energii mechanicznej:

$$T_{początkowa} + V_{początkowa} = T_{końcowa} + V_{końcowa} \quad (7)$$

gdzie:

$T_{początkowa}$  - energia kinetyczna przed zeskokiem ( $T_{początkowa} = 0$ )

$T_{końcowa}$  - energia kinetyczna w momencie rozpoczęcia lądowania ( $T_{końcowa} = \frac{1}{2} M(\dot{z}(t=0))^2$ )

$V_{początkowa}$  - energia potencjalna przed zeskokiem ( $V_{początkowa} = Mgh$ )

$V_{końcowa}$  - energia potencjalna w momencie rozpoczęcia lądowania ( $V_{końcowa} = 0$ )

Na podstawie równania (7) wyznaczamy niezbędny warunek początkowy

$$\dot{z}(t=0) = \sqrt{2gh} \quad (8)$$

Prędkość organizmu ludzkiego w momencie rozpoczęcia lądowania po zeskoku zależy od wysokości przeszkody  $h$ . Znajomość wartości stałych  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  umożliwia określenie przebiegów czasowych przemieszczenia i prędkości organizmu ludzkiego podczas lądowania. Na podstawie tych przebiegów  $z(t)$  i  $\dot{z}(t)$  określamy siłę reakcji podłoża na organizm ludzki

$$F(t) = kz(t) + c\dot{z}(t) \quad (9)$$

## OPRACOWANIE WYNIKÓW

W trakcie badań analitycznych należy wykonać następujące czynności:

- Określić wartości współczynników  $r_1$  i  $r_2$  dla następujących wartości parametrów:  $M=80\text{kg}$ ,  $k=9600\text{N/m}$ ,  $c=600\text{ms/m}$ .
- Określić prędkość początkową człowieka w momencie rozpoczęcia amortyzacji zeskoku dla czterech wartości wysokości przeszkody  $h$ , 0.25, 0.5, 0.75, 1m.
- Wyznaczyć stałe całowania  $C_1$  i  $C_2$  podstawiając do równań (3) i (4) warunki początkowe dla  $t=0$ .
- W programie Matlab określić przebiegi czasowe  $z(t)$ ,  $\dot{z}(t)$  i  $F(t)$  w dziedzinie czasu  $t \in \langle 0, 1.5 \rangle \text{s}$ .
- Wyznaczyć maksymalne przemieszczenie, prędkość oraz reakcję podłoża na organizm ludzki dla wszystkich rozpatrywanych wysokości zeskoku.
- Wyniki zestawić w tabeli pomiarowej

$M$ (kg)	$k$ (N/m)	$c$ (Ns/m)	$n$ (rad/s)	$\omega$ (rad/s)	$r_1$	$r_2$	
Badania analityczne							
Nr	$h$ (m)	$\dot{z}(t=0)$ (m/s)	$C_1$	$C_2$	$z_{\max}$ (m)	$\dot{z}_{\max}$ (m/s)	$F_{\max}$ (N)
1							
2							
3							
4							

## SPRAWOZDANIE

Sprawozdanie z ćwiczenia powinno zawierać:

1. Tabelkę identyfikacyjną.
2. Cel ćwiczenia.
3. Schemat modelu układu biomechanicznego.
4. Tabelę pomiarów i wyników.
5. Obliczenia i wykresy  $F(t)$ .
6. Wnioski.

**Uwaga.**

**Studenci przystępujący do odrobienia ćwiczenia laboratoryjnego powinni posiadać odręcznie przygotowany protokół, który musi zawierać tabelę pomiarów i wyników.**

MATERIAŁY CHRONIONE PRAWEM AUTORSKIM